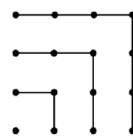


Pitanja za 3 boda:

1. Promatrajući sliku možemo zaključiti  $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \times 4$ .  
Koja je vrijednost izraza  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 19 + 21 + 23 + 25$ ?



- A)  $13 \times 13$       B)  $9 \times 9$       C)  $4 \times 4 \times 4$       D)  $16 \times 16$       E)  $7 \times 9$ .

Rješenje : A

2. Ako oba retka imaju jednake sume, koliko iznosi \* ?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*

- A) 1010      B) 1020      C) 1910      D) 1990      E) 2000

Rješenje : C      Suma 1.retka je 2065, a suma poznatih članova 2.retka je 155. Umjesto \* mora biti broj 1910.

3. Dvije prazne kocke imaju osnovice površina  $1 \text{ dm}^2$  i  $4 \text{ dm}^2$ . Želimo napuniti veću kocku vodom koristeći manju kocku. Koliko puta ćemo je puniti?

- A) 2 puta      B) 4 puta      C) 6 puta      D) 8 puta      E) 16 puta

Rješenje : D      Volumen veće kocke je  $8 \text{ dm}^3$ , a manje  $1 \text{ dm}^3$ .

4. Koliko ima četveroznamenastih brojeva djeljivih s 5, a čije su sve znamenke neparne?

- A) 900      B) 625      C) 250      D) 125      E) 100

Rješenje : D      Četveroznamenasti broj neparnih znamenaka djeljiv s 5 ima oblik  $\overline{abc5}$ .

Znamenk  $a$  možemo izabrati na 5 načina, isto tako znamenke  $b$  i  $c$ . Takvih brojeva ima  $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ .

5. Upravitelj jednog poduzeća je izjavio: "Svaki od naših zaposlenika ima najmanje 25 godina." Kasnije se ispostavilo da nije bio u pravu. Znači:

- A) svi zaposlenici u poduzeću imaju točno 25 godina  
B) svi zaposlenici u poduzeću imaju više od 26 godina  
C) nijedan od zaposlenika u poduzeću nema još 25 godina  
D) neki od zaposlenika u poduzeću ima manje od 25 godina  
E) neki od zaposlenika u poduzeću ima točno 26 godina

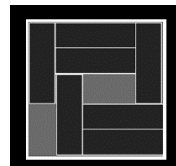
Rješenje : D

6. Koji od sljedećih brojeva može biti broj bridova neke prizme?

- A) 100      B) 200      C) 2008      D) 2009      E) 2010

Rješenje : E      Broj bridova svake prizme je djeljiv s 3, pa je taj broj 2010.

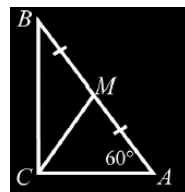
7. U kutiji je sedam pločica dimenzija  $3 \times 1$ . Želimo pomaknuti nekoliko pločica da bi oslobodili mjesto za još jednu pločicu. Koliko najmanje pločica moramo pomaknuti?



- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) nemoguće je

Rješenje : B

8. U pravokutnom trokutu ABC točka M je polovište hipotenuze  $\overline{AB}$  i  $|\angle CAM| = 60^\circ$ .  
Kolika je veličina kuta  $\angle BMC$ ?



- A)  $105^\circ$       B)  $108^\circ$       C)  $110^\circ$       D)  $120^\circ$       E)  $125^\circ$

Rješenje : D       $\triangle MAC$  je jednakokraničan jer je točka M središte pravokutnog trokuta opisane kružnice, pa su svi kutovi jednake veličine. Stoga je  $|\angle BMC| = 120^\circ$ .

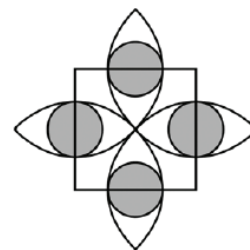
**Pitanja za 4 boda:**

9. Koliko dvoznamenkastih brojeva  $\overline{xy}$  ima svojstvo da za njegove znamenke  $x$  i  $y$  vrijedi  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 0$ ?

- A) 1                      B) 2                      C) 6                      D) 32                      E) nijedan

**Rješenje : A** Samo broj 32.

10. Duljina stranice kvadrata na slici iznosi 2, polukružnice prolaze središtem kvadrata i središte im je u njegovim vrhovima. Osjenčani krugovi imaju središta u polovištima stranica kvadrata i dodiruju polukružnice iznutra. Kolika je ukupna površina osjenčanih krugova?



- A)  $\frac{1}{4}\pi$                       B)  $\sqrt{2}\pi$                       C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$                       D)  $\pi$                       E)  $4(3-2\sqrt{2})\pi$

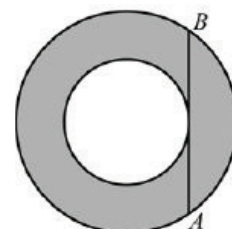
**Rješenje : E** Radijus polukružnice jednak je polovini duljine dijagonale kvadrata, tj.  $r = \sqrt{2}$ , a radijus osjenčanog kruga je  $r_m = \sqrt{2} - 1$ . Ukupna površina osjenčanih krugova je  $P = 4 \cdot (\sqrt{2} - 1)^2 \cdot \pi = 4(3 - 2\sqrt{2}) \cdot \pi$ .

11. Brojevi  $\sqrt{7}, \sqrt[3]{7}, \sqrt[6]{7}$  su uzastopni članovi geometrijskog niza. Slijedeći član tog niza je:

- A) 1                      B)  $\sqrt[5]{7}$                       C)  $\sqrt[9]{7}$                       D)  $\sqrt[10]{7}$                       E)  $\sqrt[12]{7}$

**Rješenje : A** U tom geometrijskom nizu  $q = \sqrt[6]{7^{-1}}$ , a  $a_4 = a_1 \cdot q^3 = 1$

12. Tetiva  $\overline{AB}$  dodiruje koncentričnu kružnicu manjeg radijusa. Ako je  $|AB| = 16$ , kolika je površina kružnog vijenca?



- A)  $32\pi$                       B)  $63\pi$                       C)  $64\pi$                       D)  $32\pi^2$                       E) ovisno o radijusima kružnica

**Rješenje : C** Polovina jednakokrakog trokuta SAB je pravokutni trokut s hipotenuzom duljine R ( radijus veće kružnice ) i katetama duljina 8 i r ( radijus manje kružnice ). U tom pravokutnom trokutu vrijedi  $R^2 - r^2 = 64$ . Površina kružnog vijenca se računa po formuli  $P = (R^2 - r^2)\pi$ , pa je  $P = 64\pi$ .

13. Cijeli brojevi  $x$  i  $y$  zadovoljavaju jednakost  $2x = 5y$ . Samo jedan od slijedećih brojeva može biti njihov zbroj  $x + y$ . Koji?

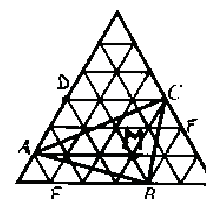
- A) 2011                      B) 2010                      C) 2009                      D) 2008                      E) 2007

**Rješenje : C** Zbroj  $x + y$  mora biti djeljiv sa 7, a to je broj 2009.

14. Najveći jednakokranični trokut sastoji se od 36 manjih međusobno sukladnih jednakokraničnih trokuta površine  $1 \text{ cm}^2$ . Nađi površinu trokuta ABC.

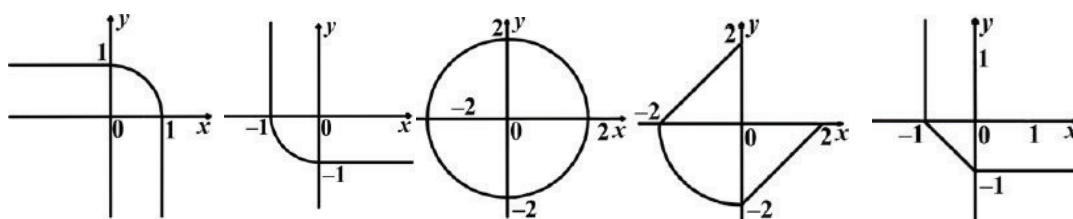
- A)  $11 \text{ cm}^2$                       B)  $12 \text{ cm}^2$                       C)  $13 \text{ cm}^2$                       D)  $14 \text{ cm}^2$                       E)  $15 \text{ cm}^2$

**Rješenje : A**  $P_{ABC} = \frac{1}{2}P_{AEBM} + \frac{1}{2}P_{BFCM} + \frac{1}{2}P_{CDAM} = 3 + 2 + 5 = 11 \text{ cm}^2$



15. Koji je od slijedećih grafova rješenje jednadžbe

$$(x - |x|)^2 + (y - |y|)^2 = 4$$



- A)                      B)                      C)                      D)                      E)

**Rješenje : B**

16. Koliko ima pravokutnih trokuta određenih vrhovima pravilnog 14-erokuta?

- A) 42                      B) 84                      C) 88                      D) 98                      E) 168

**Rješenje : B** Neka je  $A_1 A_2 A_3 \dots A_{13} A_{14}$  pravilni 14-erokut. Nad promjerom  $\overline{A_1 A_8}$  imamo 12 pravokutnih trokuta (po Talesovom poučku o obodnom kutu), 6 s jedne i 6 s druge strane promjera. Promjera s različitim krajnjim točkama imamo 7 ( $\overline{A_1 A_8}, \overline{A_2 A_9}, \dots, \overline{A_7 A_{14}}$ ), pa imamo ukupno  $12 \cdot 7 = 84$  pravokutnih trokuta.

### Pitanja za 5 bodova:

17. Svaka zvijezdica u izrazu  $1*2*3*4*5*6*7*8*9*10$  mora se zamijeniti s operatorom "+" ili " $\cdot$ ". Neka je  $N$  najveći mogući broj dobiven takvom zamjenom. Koji je najmanji prosti faktor od  $N$ ?

- A) 2                      B) 3                      C) 5                      D) 7                      E) neki drugi

**Rješenje : E** Najveći broj dobiven zamjenom je  $N = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 + 1$ . Najmanji prosti faktor broja  $N$  je 11.

18. Duljine stranica trokuta su prirodni brojevi 13,  $x$  i  $y$ . Odredi opseg ako je  $x \cdot y = 105$ .

- A) 35                      B) 39                      C) 51                      D) 69                      E) 119

**Rješenje : A** Jedini trokut koji zadovoljava zadane uvjete je trokut sa stranicama duljina 13, 7 i 15. Njegov opseg je 35.

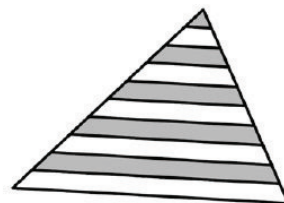
19. Pravci usporedni s osnovicom trokuta dijele svaku od preostalih stranica na 10 sukladnih dužina. Koliki dio površine trokuta je obojan sivom bojom?

- A) 42.5%                      B) 45%                      C) 46%                      D) 47.5%                      E) 50%

**Rješenje : B** Duljine dužina usporednih s osnovicom (duljine  $a$ ) čine aritmetički niz:  $a_1 = \frac{1}{10}a$ ,  $d = \frac{1}{10}a$ . Površine sivih dijelova trokuta (trokut i trapezi) također

čine aritmetički niz:  $a_1 = \frac{1}{200}a \cdot v$ ,  $d = \frac{1}{50}a \cdot v$ , gdje je  $v$  duljina visine trokuta. Ukupna površina sivih dijelova trokuta je

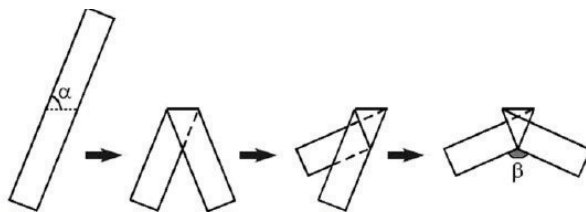
$$P = \left( \frac{1}{200} + \frac{1}{40} + \frac{9}{200} + \frac{13}{200} + \frac{17}{200} \right) av = \frac{45}{200} av = \frac{45}{100} \cdot \frac{av}{2} = 45\% \frac{av}{2}$$



20. Traka od papira presavija se tri puta kao na slici. Nađi veličinu kuta  $\beta$  ako je  $\alpha = 70^\circ$ .

- A)  $140^\circ$                       B)  $130^\circ$                       C)  $120^\circ$                       D)  $110^\circ$                       E)  $100^\circ$

**Rješenje : C**

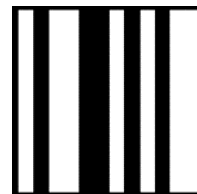


21. Koliko troznamenkastih brojeva ima svojstvo da je srednja znamenka aritmetička sredina ostale dvije znamenke?

- A) 9                      B) 12                      C) 16                      D) 25                      E) 45

**Rješenje : E**

22. Bar-kod na slici sastavljen je od crnih i bijelih pruga, uvijek počinje i završava s crnom prugom. Svaka pruga ( bijela ili crna ) široka je 1mm ili 2 mm, a ukupna širina bar-koda je 12 mm. Koliko različitih kodova je moguće realizirati, uvijek čitajući slijeva u desno ?



- A) 24      B) 132      C) 66      D) 12      E) 116

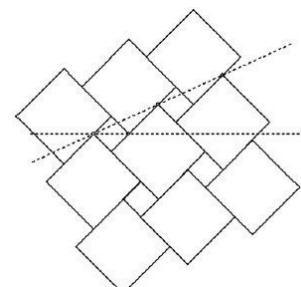
**Rješenje : E** Raspored crnih i bijelih pruga može biti sljedeći:

4. 5 crnih i 4 bijele ( kao na slici )
5. 4 crne i 3 bijele
6. 6 crnih i 5 bijelih.

U 1. slučaju imamo 84 mogućnosti različitih razmjesta s obzirom na širinu pruga (  $40 + 10 + 30 + 4$  ). U 2. slučaju imamo 21 mogućnost različitih razmjesta s obzirom na širinu pruga (  $3 + 12 + 6$  ). U 3. slučaju imamo 11 mogućnosti različitih razmjesta s obzirom na širinu pruga (  $5 + 6$  ). Ukupno 116.

23. Zid je popločen kvadratima dviju veličina, kao na slici. Veći kvadrat ima stranice duljine  $a$ , a manji duljine  $b$ . Iscrtkane ravne linije zatvaraju kut od  $30^\circ$ . Odredi omjer  $a : b$ .

- A)  $(2\sqrt{3}) : 1$       B)  $(2 + \sqrt{3}) : 1$       C)  $(3 + \sqrt{2}) : 1$   
 D)  $(3\sqrt{2}) : 1$       E)  $2 : 1$



**Rješenje : B** U trokutu  $\triangle ABC$  s kutovima  $30^\circ$  i  $105^\circ$ , nasuprotne stranice imaju duljine

$x$  i  $b\sqrt{2}$ . Pomoću sinusovog poučka dobivamo  $x = \frac{2b}{\sqrt{3} + 1}$ .

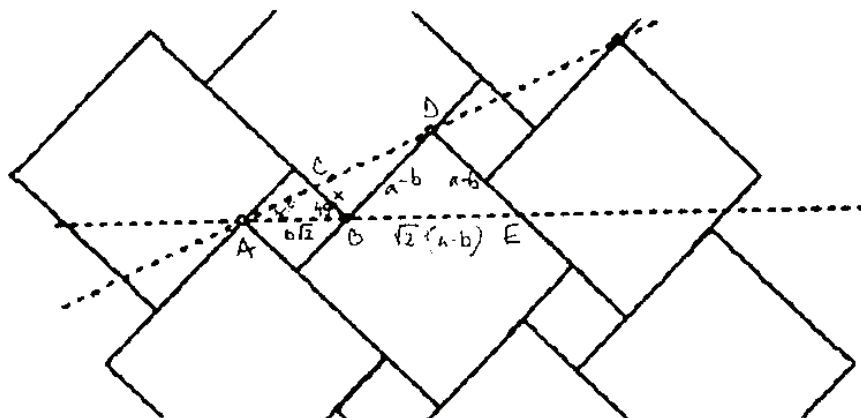
U jednakokračnom pravokutnom trokutu  $\triangle BDE$  katete imaju duljine  $a - b$ , pa je duljina hipotenuze jednaka  $c = \sqrt{2} \cdot (a - b)$ .

Iz sličnosti trokuta  $\triangle ABC$  i  $\triangle AED$  slijedi

$$x : (a - b) = b\sqrt{2} : a\sqrt{2}, \text{ odn.}$$

$$b = a(2 - \sqrt{3}).$$

$$a : b = 1 : (2 - \sqrt{3}) = (2 + \sqrt{3}) : 1$$



24. Prirodni brojevi od 1 do 10 napisani su svaki po 10 puta na ploči. Učenici u razredu igraju sljedeću igru: učenik obriše dva broja i umjesto njih zapisuje njihov zbroj umanjen za 1, sljedeći učenik ponavlja postupak, itd. Igra je završena kada na ploči ostane samo jedan broj. Broj koji će broj ostati je:

- A) manji od 440      B) 451      C) 460      D) 488      E) veći od 500

**Rješenje : B**